

Случайные числа.
Метод Монте-Карло
или
метод статистических испытаний.

учитель информатики МОУ СОШ №51 г.Твери
Цирулева Т.В.

Материал к уроку

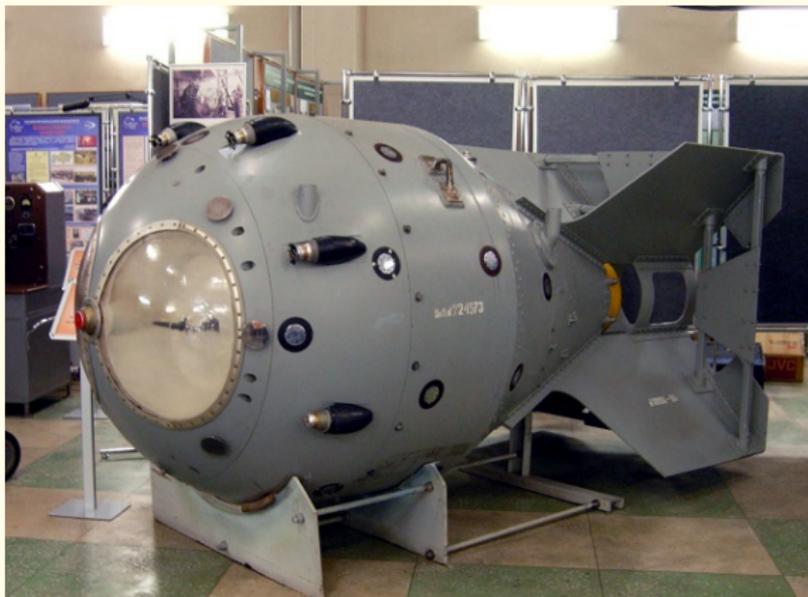
20 марта 2016 г.

Метод Монте-Карло –

это название обширной группы численных методов и алгоритмов, основанных на использовании больших последовательностей случайных чисел, генерируемых компьютером.



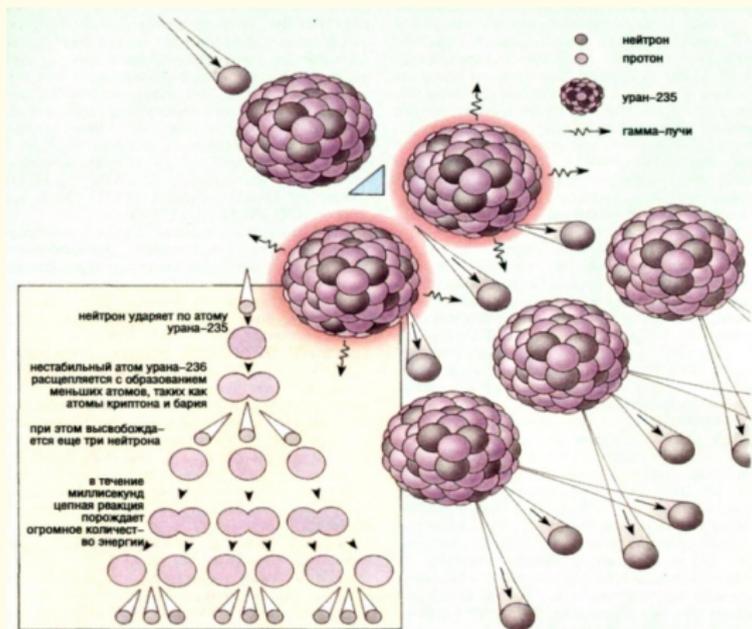
Первоначально метод Монте-Карло возник
и использовался главным образом
для решения задач нейтронной физики,
связанных с созданием атомной бомбы



Создателями метода считают американских математиков **Дж. Неймана** и **С. Улама**, первая работа которых вышла в 1949г.



В Советском Союзе первые статьи о методе Монте-Карло были опубликованы в 1955 г. Прежде всего, он использовался для решения различных задач статистической физики.



Случайные числа можно получать с помощью
рулетки, что и происходит в казино города
Монте-Карло



Последовательность чисел является случайной, если между составляющими ее числами нет зависимостей: в математике эти зависимости называются корреляциями.



Суть метода Монте-Карло:

1. строится последовательность случайных чисел;
2. для каждого числа проверяется ряд условий, которые связывают его с некоторым событием (выполнение условий называют благоприятным исходом);
3. вычисляется отношение числа благоприятных исходов к общему числу шагов и полученное значение связывается со значением некоторой физической, математической или экономической величины.

Генераторы случайных чисел разделяются на алгоритмические и аппаратные.

Алгоритмические генераторы работают быстро, но получается последовательность псевдослучайных чисел.

Аппаратные генераторы очень медленные, но "случайность" чисел последовательности хорошая.



Алгоритмические генераторы случайных чисел – это последовательные вычисления с помощью системы математических формул. Например, в методе чисел Фибоначчи с запаздыванием, разработанном еще в 1958, каждое следующее число вычисляется через два предыдущих по формуле

$$X(n) = (X(n - 24) + X(n - 55)) \bmod 16,$$

для $n = 56, 57, \dots$, а первые 55 чисел выбираются специальным образом.

Простейшим аппаратным генератором случайных чисел в диапазоне от 1 до 6 является игральная кость, у которой рабочий период бесконечен



Примером компьютерной аппаратной генерации случайных чисел может быть процессор, а схемой генерации – отслеживание случайных колебаний температуры процессора в установившемся режиме работы.



Во всех современных языках программирования
есть датчики (операторы) случайных чисел.
В языке Pascal это

Random(x);

– возвращает случайное число от 0 до x .

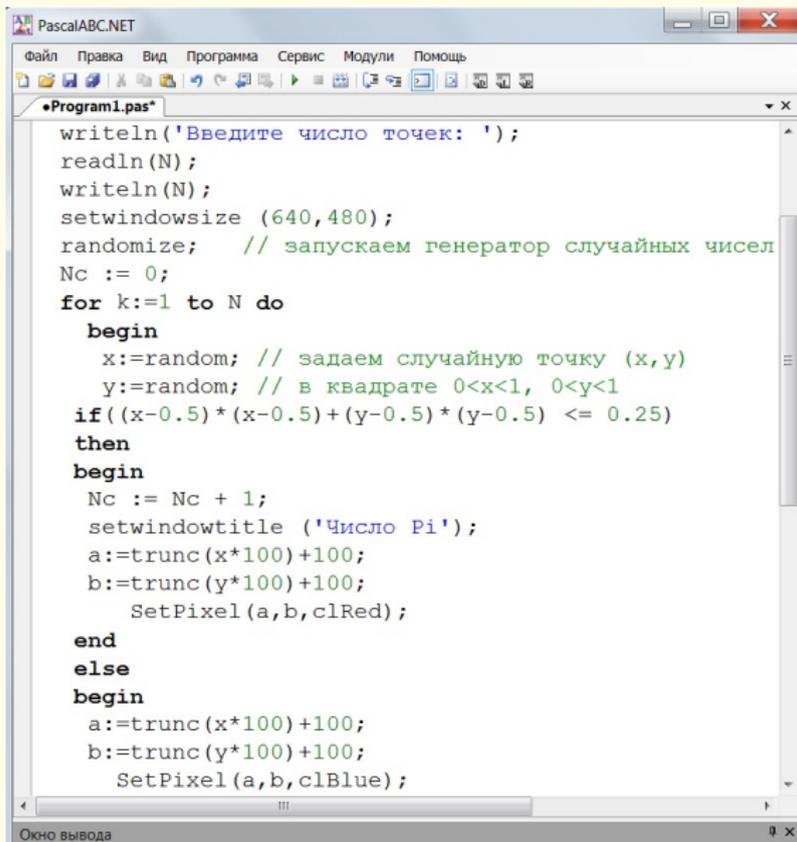
Например,

Randomize;

For k := 0 to 100000 do

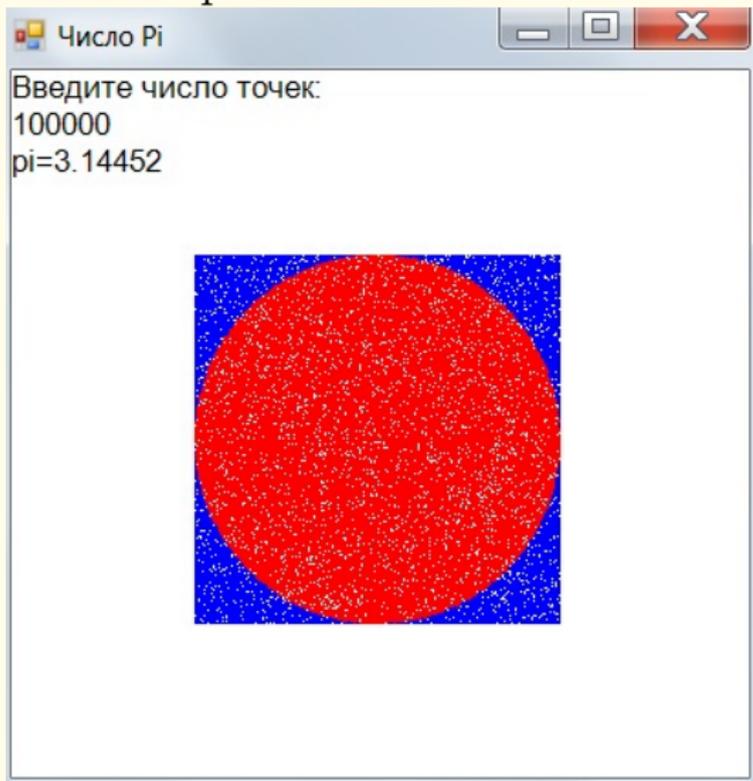
Random(x);

Вычисление числа π методом Монте-Карло

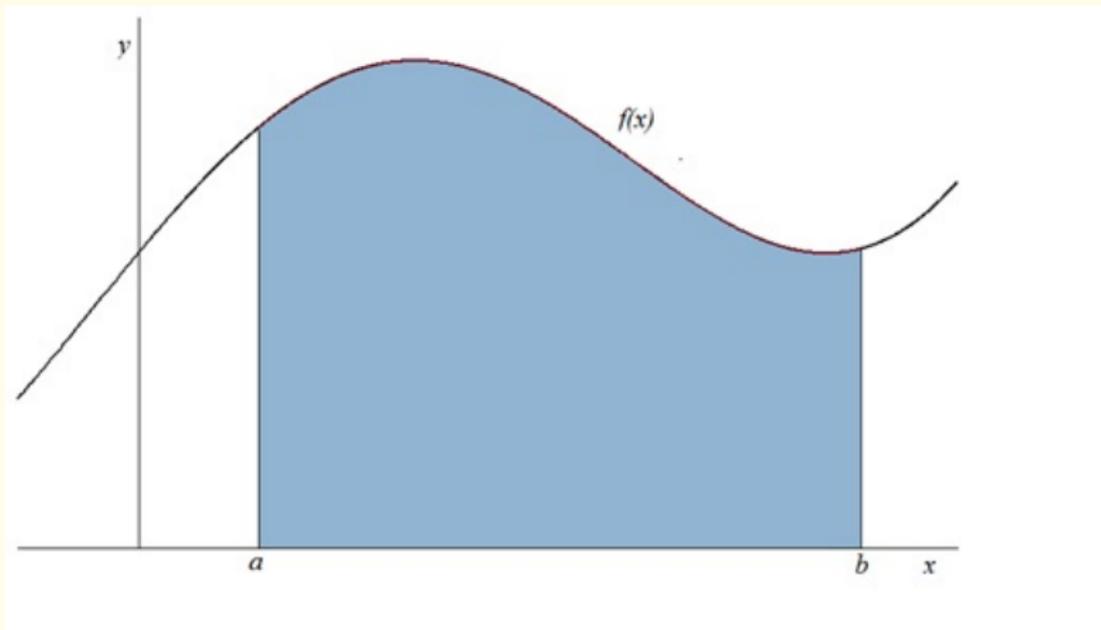


```
PascalABC.NET
Файл  Правка  Вид  Программа  Сервис  Модули  Помощь
•Program1.pas*
writeln('Введите число точек: ');
readln(N);
writeln(N);
setwindowsize (640,480);
randomize; // запускаем генератор случайных чисел
Nc := 0;
for k:=1 to N do
begin
  x:=random; // задаем случайную точку (x,y)
  y:=random; // в квадрате 0<x<1, 0<y<1
  if ((x-0.5)*(x-0.5)+(y-0.5)*(y-0.5) <= 0.25)
  then
  begin
    Nc := Nc + 1;
    setwindowtitle ('Число Pi');
    a:=trunc(x*100)+100;
    b:=trunc(y*100)+100;
    SetPixel(a,b,clRed);
  end
  else
  begin
    a:=trunc(x*100)+100;
    b:=trunc(y*100)+100;
    SetPixel(a,b,clBlue);
  end
end
Окно вывода
```

Наилучший результат $\pi = 3.1415$ достигается
при $N = 10000000$



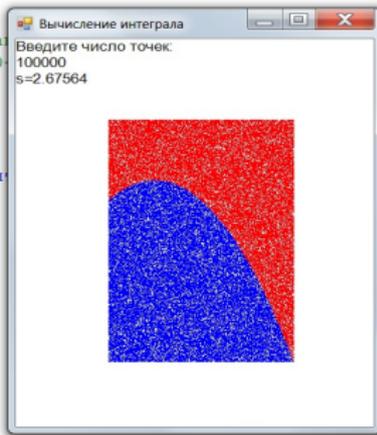
Вычисление определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ сводится к вычислению площади фигуры, ограниченной осью x , вертикальными прямыми $x = a$, $x = b$, а также графиком функции $f(x)$



Вычисление интеграла $\int_0^2 (x^2 - x + 1) dx$

Его точное значение равно 2.66(6), а значение, вычисленное методом Монте-Карло равно 2.664

```
PascalABC.NET
Файл  Правка  Вид  Программа  Сервис  Модули  Помощь
Program1.pas*  •Program2.pas* [Запущен]
NC := 0;
for k:=1 to N do
begin
  x:=random*2; // задаем случайное число
  y:=random*3; // в квадрате 0
  if (y < x*x - x+1)
  then
  begin
    Nc := Nc + 1;
    setwindowtitle ('Вычисление ин
    a:=trunc(x*100)+100;
    b:=trunc(y*100)+100;
    SetPixel(a,b,clRed);
  end
  else
  begin
    a:=trunc(x*100)+100;
    b:=trunc(y*100)+100;
    SetPixel(a,b,clBlue);
  end;
end;
s :=Nc/N*6;
writeln('s=',s);
end.
```



Метод Монте-Карло позволяет моделировать любой процесс, на протекание которого влияют случайные факторы. Используется для вычисления многомерных объемов областей сложной формы, а также задач, допускающих геометрическую формулировку.

Общим недостатком метода является невысокая точность получаемых результатов. Метод Монте-Карло эффективен при решении задач, где результат нужен с небольшой точностью, например, в пределах от 10^{-2} до 10^{-5} .